

2021

## MATHEMATICS — GENERAL

Paper : GE/CC-1

Full Marks : 65

*Candidates are required to give their answers in their own words  
as far as practicable.*

প্রাপ্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১নং প্রশ্ন এবং প্রতিটি ইউনিট থেকে কমপক্ষে একটি করে প্রশ্ন নিয়ে মোট নয়টি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির মধ্যে সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো যথাযথ যুক্তিসহ :

২×১০

(ক)  $n$  যদি ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যাতে  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$ , তাহলে  $n$ -এর মান হবে

(অ) 2

(আ) 3

(ই) 4

(ঈ) কোনোটিই নয়।

(খ) বহুপদী  $(3x^2 + 4x - 11)$ -কে  $(x - 1)$  দ্বারা ভাগ করা হলে, অবশিষ্টাংশ হবে

(অ) -4

(আ) -3

(ই) -2

(ঈ) কোনোটিই নয়।

(গ) যদি সমীকরণের সিস্টেম  $ax + y = 3$ ,  $x + 2y = 3$ ,  $3x + 4y = 7$  সামঞ্জস্যপূর্ণ (consistent) হয়, তাহলে  $a$ -এর মান হবে

(অ) 2

(আ) 1

(ই) -2

(ঈ) কোনোটিই নয়।

(ঘ) সমীকরণ  $9x^2 - 24xy + 16y^2 = 0$  প্রতিনিধিত্ব করে দুটি

(অ) coincident সরলরেখা

(আ) লম্ব সরলরেখা

(ই) উভয় (অ) এবং (আ)

(ঈ) কোনোটিই নয়।

(ঙ) গোলকের ব্যাসার্ধ  $3(x^2 + y^2 + z^2) + 2x - 4y - 2z - 1 = 0$  হল

(অ) 1 ইউনিট

(আ) 2 ইউনিট

(ই) 4 ইউনিট

(ঈ) কোনোটিই নয়।

Please Turn Over

(চ)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x}$  -এর মান

(অ) 1

(আ) 2

(ই)  $\pi$

(ঈ) কোনোটিই নয়।

(ছ)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x| - x}}$  এই অপেক্ষকটির সংজ্ঞায়িত হওয়ার অঞ্চলটি হল

(অ)  $(0, \infty)$

(আ)  $(-\infty, 0)$

(ই)  $(-\infty, 0]$

(ঈ)  $(-\infty, \infty)$

(জ)  $\phi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^3y}{dx^3}\right) = 0$  -এর সম্পূর্ণ আদিমতে arbitrary ধ্রুবকের সংখ্যা

(অ) 1

(আ) 2

(ই) 3

(ঈ) 4

(ঝ)  $x^2 + 6xy + 9y^2 - 5x - 15y + 6 = 0$  সমীকরণটি প্রকাশ করে

(অ) একটি বৃত্ত

(আ) একটি অধিবৃত্ত

(ই) সরলরেখাযুগ্ম

(ঈ) একটি উপবৃত্ত।

(ঞ)  $y$ -অক্ষের সমান্তরাল অক্ষ বিশিষ্ট সমস্ত অধিবৃত্তের অবকল সমীকরণ হল

(অ)  $y_1 = 0$

(আ)  $y_2 = 0$

(ই)  $y_3 = 0$

(ঈ)  $y_4 = 0$

### Unit-I

### (Algebra - I)

২। (ক)  $(1+i)^{2/3}$  -এর মানসমূহ নির্ণয় করো।

(খ)  $x^4 + 2x^2 + 3x - 4 = 0$  সমীকরণটির অবাস্তব বীজগুলির সংখ্যা কত, তা নির্ণয় করো।

৩+২

৩। ম্যাট্রিক্স পদ্ধতিতে সমাধান করো :  $x + y + 2z = 4$ ,  $2x - y + 3z = 9$ ,  $3x - y - z = 2$

৫

৪। Cardan পদ্ধতিতে সমাধান করো :  $x^3 - 6x - 9 = 0$

৫

## Unit-II

## (Differential Calculus - I)

৫। নিম্নলিখিতটি সন্তত (continuous) কি না তা পরীক্ষা করো (0, 0) বিন্দুতে :

৫

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

৬। (ক) লিব্বনিজ উপপাদ্যটি বিবৃত করো।

(খ) যদি  $y = \cos(m \sin^{-1}x)$  হয়, তবে প্রমাণ করো যে,  $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$

২+৩

৭। (ক)  $f(x) = \frac{x^2 + 1 - x}{x^2 - 5x + 6}$  অপেক্ষকের ক্ষেত্রটি (domain) বের করো।

(খ)  $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$  অপেক্ষকটি বিজোড় না কি জোড় তা যুক্তি দিয়ে পরীক্ষা করো।

৩+২

৮। যদি  $x^{\sin y} + y^{\sin x} = 1$ ,  $\frac{dy}{dx}$  নির্ণয় করো।

৫

৯।  $y^2 = x$  বক্ররেখার যে-কোনো (যদি থাকে) উপসর্গগুলি (asymptotes) নির্ণয় করো।

৫

## Unit - III

## (Differential Equation - I)

১০। (ক)  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 = 4$  — এই অবকলন সমীকরণটির ক্রম ও মাত্রা নির্ণয় করো।

(খ) সমাধান করো :  $x dy - y dx = \cos\left(\frac{1}{x}\right) dx$

২+৩

১১।  $p = \log(px - y)$ -এর সাধারণ এবং একক (singular) সমাধান বের করো।  $\left(p \equiv \frac{dy}{dx}\right)$

২+৩

১২। সমাধান করো :  $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 12e^{-3x}$

৫

Please Turn Over

## Unit-IV

## (Coordinate Geometry)

- ১৩। দেখাও যে মূলবিন্দুগামী সরলরেখাযুগল যারা  $lx + my + n = 0$  সরলরেখাটির সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করেছে তাদের সমীকরণটি হল  $(l^2 - m^2)(x^2 - y^2) + 4lmxy = 0$ । ৫
- ১৪। যদি সমীকরণ  $5x^2 - 6xy + y^2 = 0$  একটি জোড়া সরলরেখার প্রতিনিধিত্ব করে, তাহলে সরলরেখাদ্বয় এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণটি নির্ণয় করো। ৩+২
- ১৫। প্রমাণ করো যে অধিবৃত্ত  $y^2 = 4ax$  সরলরেখা  $y = mx + c$  দ্বারা ছেদবিন্দুতে উৎপত্তিস্থলে যোগদানকারী সরলরেখার জোড়া সমকোণে থাকে যদি  $c + 4am = 0$  হয়। ৫
- ১৬। দেখাও যে সরলরেখা  $\frac{l}{r} = A\cos\theta + B\sin\theta$  কণিক  $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$  স্পর্শ করে যদি  $(A - e)^2 + B^2 = 1$  ৫
- ১৭।  $x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + y - 15 = 0$  সমীকরণটি ক্যানোনিকাল (canonical form) আকারে পরিণত করো এবং কণিকের প্রকৃতি নির্ধারণ করো। ৪+১

## [English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Answer **question no. 1** and **any nine** questions from the rest, taking at least **one** question from **each unit**.

1. Choose the correct option from each of the following questions with proper justification : 2×10
- (a) If  $n$  is the smallest positive integer so that  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$ , then value of  $n$  will be
- (i) 2 (ii) 3  
(iii) 4 (iv) none.
- (b) When the polynomial  $(3x^2 + 4x - 11)$  is divided by  $(x - 1)$ , the remainder will be
- (i) - 4 (ii) - 3  
(iii) - 2 (iv) none.
- (c) If the system of equations  $ax + y = 3$ ,  $x + 2y = 3$ ,  $3x + 4y = 7$  is consistent, then the value of  $a$  will be
- (i) 2 (ii) 1  
(iii) - 2 (iv) none.



**Unit – I**  
**(Algebra – I)**

2. (a) Find all the values of  $(1+i)^{2/3}$ .  
 (b) Find the number of non-real roots of the equation  $x^4 + 2x^2 + 3x - 4 = 0$ . 3+2
3. Solve by matrix method  $x + y + 2z = 4$ ,  $2x - y + 3z = 9$ ,  $3x - y - z = 2$ . 5
4. Solve by Cardan's method  $x^3 - 6x - 9 = 0$ . 5

**Unit – II**  
**(Differential Calculus – I)**

5. Check whether the following is continuous or not at  $(0, 0)$  : 5

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

6. (a) State Leibnitz's theorem.  
 (b) If  $y = \cos(m \sin^{-1}x)$ , then prove that  $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$ . 2+3

7. (a) Find the domain of the function  $f(x) = \frac{x^2 + 1 - x}{x^2 - 5x + 6}$ .

- (b) Check with justification whether the function is odd or even :

$$f(x) = \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right). \quad \text{3+2}$$

8. Find  $\frac{dy}{dx}$ , if  $x^{\sin y} + y^{\sin x} = 1$  5
9. Find the asymptotes (if any) of the curve  $y^2 = x$ . 5

## Unit – III

## (Differential Equation – I)

10. (a) State the order and degree of the differential equation  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 = 4$ .
- (b) Solve :  $x dy - y dx = \cos\left(\frac{1}{x}\right)dx$ . 2+3
11. Obtain general and singular solution of  $p = \log(px - y)$ .  $\left(p \equiv \frac{dy}{dx}\right)$  2+3
12. Solve :  $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 12e^{-3x}$ . 5

## Unit – IV

## (Coordinate Geometry)

13. Show that the two straight lines through the origin which make angles  $45^\circ$  with the straight line  $lx + my + n = 0$  is given by  $(l^2 - m^2)(x^2 - y^2) + 4lmxy = 0$ . 5
14. If the equation  $5x^2 - 6xy + y^2 = 0$  represents a pair of straight lines, then find the straight lines and the angle between them. 3+2
15. Prove that the pair of straight lines joining the origin to the points of intersection of the parabola  $y^2 = 4ax$  by the straight line  $y = mx + c$  is at right angles if  $c + 4am = 0$ . 5
16. Show that the straight line  $\frac{l}{r} = A\cos\theta + B\sin\theta$  touches the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$  if  $(A - e)^2 + B^2 = 1$ . 5
17. Reduce the equation  $x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + y - 15 = 0$  to the canonical form and determine the nature of the conic. 4+1
-